

## Методы обоснования научного знания в «Немецком конструктивизме»

Мануйлов В.Т.

кандидат философских наук, доцент

Филиал НОУ ВПО «Московский институт государственного управления и права»

(Курск, Россия)

Для построения теории логического вывода П. Лоренцен вводит принципиальное различие между **материальными** и **формальными** диалогами. В материальных диалогах проponent может утверждать элементарные высказывания о каких-либо конкретных исчислениях. Высказывание тогда называется **эффективно-истинным**, если проponent может его защитить против **любой** стратегии оппонента, в предположении, что элементарные высказывания, составляющие данное высказывание, являются диалогически определенными. Поскольку класс диалогически определенных элементарных высказываний меняется со временем, зависит от положения дел в математике и объем класса **эффективно-истинных** высказываний.

В **формальном** диалоге выигрышная стратегия проponentа основана на том, что он использует только такие элементарные высказывания, которые уже утверждались ранее оппонентом. Выигрышная стратегия проponentа при защите какого-либо составного высказывания в формальном диалоге зависит лишь от **логической формы** составного высказывания. Высказывания, которые проponent может защитить в формальном диалоге с любым оппонентом, Лоренцен называет **эффективно-логически истинными** (*effektiv-logischwahre*) (аналоги логически истинных высказываний классической логики). Структурные правила формального диалога имеют следующий вид. (D'1) Проponent должен атаковать только одну из утверждаемых оппонентом **составных** формул или защищаться против **последней** атаки оппонента. (D'2) Оппонент должен атаковать только формулу, предложенную на предшествующем шаге проponentом, или защищаться против атаки проponentа на предшествующем шаге. **Правило выигрыша** принимает вид: (D'3) проponent выигрывает, если он должен защищать элементарную формулу после того, как оппонент утверждал одинаковую с ней элементарную формулу ([11]). П. Лоренцен показывает, что его логика эффективно-логических истинных высказывательных форм формализуется в интуиционистском логическом исчислении А. Гейтинга ([13]). Гносеологические основания конструктивности ([3]) **эффективной** логики П. Лоренцена составляют следующие принципы конструктивного построения логической теории.

**Принцип 1. Принцип оперативной расшифровки смысла элементарных высказываний языка теории:** элементарные высказывания несут информацию о действиях по различению и отождествлению фигур в исчислениях, а также о выводимости фигур в исчислениях, являющихся **практической** частью теории. Однако, у **идеализированного субъекта** оперативной логики и математики П. Лоренцена отрицается способность стандартным образом решать вопрос о выводимости (доказуемости) произвольной фигуры в произвольном исчислении. Вместе с тем, отклоняется и возможность существования какого-либо исчисления К и какой-либо фигуры А, относительно которых **идеализированный субъект** не смог бы никогда решить вопрос о выводимости А в К. **Идеализированный субъект** оперативной логики П. Лоренцена способен со временем решить вопрос о выводимости любой фигуры в любом исчислении совершенно однозначно; однако, в любой момент времени существуют конкретные исчисления и фигуры, относительно которых **идеализированный субъект** не в состоянии решить проблему выводимости, так как он не обладает универсальным, стандартным методом решения данной проблемы. Поэтому до тех пор, пока **идеализированный субъект** не установит, какое именно значение истинности имеет данное высказывание, он не имеет права принимать как доказанную дизъюнкцию данного высказывания и его отрицания.

Существование исчислений с эффективно неразрешимой проблемой доказуемости фигур является основанием принятия в оперативной логике и математике П. Лоренцена

**принципа зависимости математических рассуждений от положения дел в математическом знании.**

**Принцип 2. Принцип диалогического обоснования высказываний языка теории:** все высказывания языка теории являются диалогически определенными, то есть для каждого высказывания можно указать метод его семантической оценки (метод поиска его **доказательства**) в диалоге по фиксированным правилам.

Диалогическое обоснование высказываний языка теории имеет характер эффективно обоснования: диалог может рассматриваться как метод поиска некоторого эффективного способа преобразования доказательств (Я. Хинтика в этом смысле говорит о **головоломках**, о методе проб и ошибок ([8])). Нахождение выигрышной стратегии проponentом означает, что указан эффективный способ преобразования доказательств. В лоренценовском конструктивизме понятие эффективного способа не уточняется, но принимается **основная идеализация лоренценовского конструктивизма:** применение эффективного способа  $A$  к эффективным способам  $A_1, \dots, A_n$  должно сводиться в конечном счете к указанию метода преобразования доказательства произвольной формулы  $C$  в базовом исчислении  $K$ . Последовательность ходов диалога представляет собой поиск такой процедуры сведения, которая позволила бы найти в конечном счете эффективный способ преобразования доказательств в базовом исчислении  $K$ .

**Принцип 3. Принцип разумности «логического языкового поведения»:** употребление логических связок и кванторов не является результатом простой конвенции, но обусловлено некоторым (простейшим из возможных) языковым поведением субъектов, ведущих диалог. Это простейшее «разумное», общепринятое языковое поведение зафиксировано в структурных правилах диалога. Класс пропозициональных форм, обосновываемых в формальных диалогах со структурными правилами, совпадает с классом формул, выводимых в интуиционистском логическом исчислении  $A$ . Гейтинга. Путем изменения структурных правил можно так определить диалог, что класс обосновываемых в диалоге пропозициональных форм совпадает с классом логических истинных выражений классической логики. Однако, с точки зрения П. Лоренцена, выбор структурных правил ведения диалога не является результатом конвенции: Критерий «разумности» правил диалога представляется требованием: диалог должен давать эффективный метод поиска допустимых (относительно)  $K$  (а для эффективной логики – общедопустимых) правил и мета...правил.

Теория эффективно-логически истинных высказываний (ЭЛИВ) строится как исчисление, выводимые фигуры которого суть те (и только те) высказывания языка, которые являются эффективно-логически истинными. Возможно два способа построения теории «эффективной логики»: 1) непосредственной формализацией содержательных рассуждений об общедопустимых правилах ([10], [5]); 2) формализацией рассуждений о методах поиска доказательств с помощью диалога ([13], [5]). Взаимосвязь гносеологических оснований конструктивности и семиотических оснований теории эффективно-логически истинных высказываний рассмотрена автором для каждого из этих способов ([5]).

Если при первом способе построения теории ЭЛИВ гносеологические основания конструктивности теории составляют идеализации, накладываемые на действия идеализированного субъекта в исчислениях с наглядно представимыми объектами, то при втором подходе гносеологические основания конструктивности теории ЭЛИВ2 составляют непосредственно идеализации, накладываемые на способы поиска эффективных методов элиминирования правил. Автором построено секвенциальное **исчисление DIL** (диалогическое интуиционистское лоренценовское), являющееся синтаксическим основанием теории ЭЛИВ2 ([5]). Исчисление DIL имеет гносеологическую конструктивную семантику: каждый формальный вывод в DIL, читаемый снизу, интерпретируется как процедура поиска диалогического обоснования эффективно-логической истинности высказывания языка  $\mathcal{Y}_1$ . Отметим, что само исчисление DIL (синтаксическое основание теории ЭЛИВ2) построено в полном соответствии с гносеологическими основаниями конструктивности Лоренценовского конструктивизма, и оно может быть «практической частью» новой теории.

Арифметика натуральных чисел, являющаяся конструктивным базисом оперативной математики, строится П. Лоренцем как теория диалогически обосновываемых высказываний языка  $\mathcal{Y}1_{(A)}$ , элементарные высказывания которого имеют вид  $\xrightarrow{K_i} A$ , где  $i=2,3,4$ , а правила образования совпадают с правилами образования языка  $\mathcal{Y}1$ . «Практическую часть» арифметики натуральных чисел составляют исчисления  $K_2, K_3, K_4$  ([10], [3]).

Построение арифметики натуральных чисел (теории АНТ) производится Лоренцем методом, называемым им «конструкцией» ([9], [3]). Метод основан на *всеобщем принципе индукции*.

Для перехода к рациональным числам применяется характерный для Лоренцовского построения математики так называемый метод «абстракции». «Абстракция» понимается Лоренцем как ограничение высказываниями, инвариантными относительно некоторого отношения типа эквивалентности  $R$ . «Метод абстракции» широко применяется Лоренцем в дальнейшем построении математики; абстракция выступает здесь как операция с высказываниями. Важнейшие для построения анализа понятия «функции» и «множества» (рациональных чисел) Лоренц вводит с помощью **метода абстракции**; именно: функции вводятся посредством абстракции из термов (для рациональных чисел), множества – посредством абстракции из формул. Связь между понятиями «множество» и «функция» устанавливается посредством **терма дескрипции**

Для построения анализа требуются новые термы и формулы, из которых могли бы быть абстрагированы функции и множества. Эти термы и формулы строятся с помощью так называемых **индуктивных схем определения** (аналогично рекурсивным схемам определения). Корректность индуктивной схемы определения (то есть существование множества, абстрагированного из формулы, полученной по индуктивной схеме определения) обосновывается с помощью **обобщенного принципа математической индукции**. Методы «конструкций из исчислений», «абстракции» и образование формул по индуктивным схемам определений позволяют построить иерархию языковых ступеней; формулы каждой ступени описывают «абстрактные объекты» предшествующего слоя. Эти «языковые ступени» можно рассматривать как **ступени абстракции** над числами, сконструированными посредством исчисления штрихов  $K_2$ .

Однако методы «конструкций из исчислений», «абстракции» и образования формул по индуктивным схемам определений оказываются недостаточными для построения (то есть гносеологического обоснования) всего классического анализа. В частности, при ограничении этими методами не удается доказать фундаментальную для анализа **теорему о наличии точной верхней грани у каждого ограниченного множества действительных чисел** (действительных чисел, образованных абстракцией из рациональных термов, удовлетворяющих условию Коши, оказывается «мало»). Поэтому Лоренц применяет при построении анализа новый метод, называемый им «**логическая рефлексия** над выразительными возможностями языка» ([12], [3]). Суть **логической рефлексии** заключается в допущении возможности говорить о бесконечных возможностях образования понятий; например, говорить о «классе всех возможных арифметических функций и отношений», без допущения абстракции актуальной бесконечности.

Формализация иерархии языковых ступеней приводит к некоторому варианту разветвленной теории типов с двумя сортами переменных, в которой, однако, запрещены не только непредикативное определение понятий, но и актуально бесконечные множества. «Логическая рефлексия» осуществляется посредством различения «определенных» и «неопределенных» объектов и употребления «неопределенных» кванторов. Если «определенные» объекты вводятся посредством эффективных процессов (конструкция, абстракция, индуктивное определение), то «неопределенные» объекты вводятся с учетом всех возможных расширений языковых средств конструкции. Примером такого «неопределенного» объекта является неопределенное множество всех определенных множеств основных чисел. Неопределенные множества Лоренц называет также «классы», подчеркивая тем самым, что с неопределенными множествами нельзя обращаться по аналогии с опреде-

ленными. Так, Лоренцен утверждает, что канторовское предположение счётности множества всех функций (в его доказательстве несчётности) не согласуется с неопределенностью, ибо при условии всегда возможного (случайного) расширения множества предполагаемый пересчет более не был бы пересчетом всех функций ([12], [3]). Другими словами, неопределенность понимается как возможность постоянного случайного расширения средств конструкции. Высказывание, согласованное с неопределенностью, может быть истинным только тогда, когда оно при всех возможных расширениях средств конструкции остается истинным. Использование неопределенных кванторов Лоренцен считает конструктивистски допустимым, так как для неопределенных высказываний (то есть высказываний с неопределенным квантором) он использует интуиционистскую логику. За счет различения определенных и неопределенных объектов Лоренцену удается доказать в ([9]) большую часть теорем классического анализа.

### Литература

1. *Генцен Г.* Исследования логических выводов. // Математическая теория логического вывода. – М.: Наука, 1967. – С. 9–75.
2. *Мануйлов В. Т.* Исчисление и диалог как метод математической аргументации в «немецком конструктивизме» // Проблема конструктивности научного и философского знания: Сб. ст.: Выпуск четвертый / Предисловие В. Т. Мануйлова. – Курск: Изд-во Курск. гос. ун-та, 2004. – С. 29-46.
3. *Мануйлов В.Т.* Конструктивное обоснование логико-математического знания в «немецком конструктивизме» // Проблема конструктивности научного и философского знания: Сб. ст.: Выпуск пятый / Предисловие В.Т. Мануйлова. Курск, 2005. – С. 59-78.
4. *Мануйлов В.Т.* Конструктивность как принцип обоснования научного знания / Философские науки, № 10, 2003. – С. 104–121.
5. *Мануйлов В. Т.* Методологические проблемы конструктивности в обосновании математического знания / Деп. В ИНИОН 15.12.89, №40465.– Курск, 1989. – 221 с.
6. *Мануйлов В.Т.* Проблема конструктивности научного и философского знания // Вестник философии и социологии Курского государственного университета, 2012, №1. – С. 5 – 14.
7. *Такеутти Г.* Теория доказательств. – М.: Мир, 1978. – 412 с.
8. *Hintikka K. J. J.* Ch. I. Logic in philosophy – philosophy of logic // Hintikka K. J. J. Logic language, language – games and informations. – Oxford: Clarendon press, 1973. – P. 1–25 (Перевод на русский язык Брюшинкина В. Н. «Логика в философии – философия логики» см. *Хинтиikka Я.* Логико-эпистемологические исследования / Под ред. Садовского В. Н. и Смирнова В. А.— М.: Прогресс, 1980. – 448 с. – С. 35–67).
9. *Lorenzen P.* Differential und Integral. Eine konstruktive Einführung in die klassische Analysis. – Frankfurt a. M.: Akad. Verl. – Ges., 1965. – 292 S.
10. *Lorenzen P.* Einführung in die operative Logik und Mathematik. – Berlin; Göttingen; Heidelberg: Springer, 1955. – 298 S.
11. *Lorenzen P.* Lehrbuch der konstruktiven Wissenschaftstheorie. – Mannheim; Wien; Zürich: BI – Wissenschaftsverlag, 1987. – 331 S. – S. 65–88.
12. *Lorenzen P.* Logical reflection and formalism // Journal of symbolic logic. – Groningen, 1958. – V. 23, N 3. – P. 241–249.
13. *Lorenzen P.* Metamathematik. – Mannheim: Bibl. Inst., 1962. – 167 S.
14. *Mainzer K.* Kants Philosophische Begründung des mathematischen Konstruktivismus und seine Wirkung in der Grundlagenforschung: Inaugural – Diss. – Münster, 1972–1973. – 497 S. – S. 172–177.